

Министерство просвещения РФ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Глазовский государственный инженерно-педагогический университет имени В.Г. Короленко»

**КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ**  
**для промежуточной аттестации в форме комплексного экзамена по**

**ЕН. 01 ЭЛЕМЕНТЫ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ**  
*название дисциплины*

специальность: **09.02.07 «Информационные системы и программирование»**

квалификация выпускника: **программист**

Глазов, 2025

Рассмотрена на заседании кафедры  
Математики и информатики

Рекомендовано к утверждению  
*Заседание ученого совета факультета  
ИФим*

Протокол № 8 от 24.03.2025

Протокол № 6 от 28.03.2025

Промежуточная аттестация в форме экзамена по учебной дисциплине *Элементы высшей математики* для специальности среднего профессионального образования 09.02.07 Информационные системы и программирование.

Организация-разработчик: Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Глазовский государственный педагогический институт имени В.Г. Короленко».

Разработчик: *Буркеева А.И.*, преподаватель кафедры Математики и информатики

## Общие положения

Результатом освоения дисциплины является усвоение знаний и освоение умений.

Формой аттестации по дисциплине является экзамен. Итогом экзамена является оценка знаний и умений обучающегося по пятибалльной шкале: "5"(отлично), "4" (хорошо), "3" (удовлетворительно) "2" (неудовлетворительно).

Экзамен проводится в форме выполнения заданий на базе института.

### 1. Результаты освоения дисциплины, подлежащие проверке на экзамене.

1.1. В результате аттестации по дисциплине осуществляется комплексная проверка следующих знаний и умений:

Результаты обучения (освоенные умения, усвоенные знания)	Показатели оценки результата
<b>Умения:</b>	
Выполнять операции над матрицами и решать системы линейных уравнений.	выполнение действий над матрицами: сложение, вычитание, произведение матриц, умножение матрицы на число; вычисление определителей; решение систем линейных уравнений
Решать задачи, используя уравнения прямых и кривых второго порядка на плоскости.	выполнение действий над векторами: сложение и вычитание векторов, умножение вектора на число; нахождение скалярного и векторного произведения векторов; составление уравнений прямых и кривых второго порядка, их построение
Применять методы дифференциального и интегрального исчисления.	вычисление предела функции в точке и на бесконечности; исследование функции на непрерывность; вычисление производной функции и её использование для исследования свойств функции и построения графика; вычисление неопределённых интегралов; вычисление определённых интегралов; нахождение площади плоских фигур с использованием определенного интеграла
Решать дифференциальные уравнения.	решение некоторых дифференциальных уравнений первого и второго порядков
Пользоваться понятиями теории комплексных чисел.	выполнение действий с комплексными числами в алгебраической, тригонометрической, показательной формах; переводить комплексные числа из одной формы в другие
<b>Знания:</b>	
Основы дифференциального и интегрального исчисления.	приемы вычисления пределов; понятие непрерывной функции; определение производной функции; правила дифференцирования и

	<p>производные основных элементарных функций; алгоритмы исследования функции с помощью производной;</p> <p>понятие неопределенного интеграла, его основные свойства; табличные интегралы; простейшие приёмы вычисления интегралов;</p> <p>понятие определенного интеграла, его основные свойства; некоторые приложения определенного интеграла в геометрии и физике</p>
Основы математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии.	<p>понятие функции; простейшая классификация функций;</p> <p>понятие матрицы, определителя; алгоритм вычисления определителя;</p> <p>алгоритм решения систем линейных уравнений;</p> <p>понятие вектора; определение скалярного и векторного произведений векторов, их свойства;</p> <p>уравнения прямой и кривых второго порядка</p>
Основы теории комплексных чисел.	<p>понятие комплексного числа, его модуля, аргумента; геометрическая интерпретация комплексного числа; алгебраическая, тригонометрическая и показательная формы комплексного числа</p>

## 2. Оценка освоения теоретического курса дисциплины

### 2.1. Контрольные вопросы для оценки усвоения знаний

1. Определение комплексного числа.
2. Формы записи комплексных чисел.
3. Геометрическое изображение комплексных чисел.
4. Числовые последовательности.
5. Предел функции.
6. Свойства пределов.
7. Замечательные пределы, раскрытие неопределенностей.
8. Определение производной.
9. Производные и дифференциалы высших порядков.
10. Задачи, приводящие к понятию производной.
11. Геометрический и механический смысл производной.
12. Касательная и нормаль.
13. Дифференцируемая функция.
14. Производная суммы, произведения и частного.

15. Производные основных элементарных функций.
16. Производная обратной функции.
17. Производная сложной функции.
18. Таблица производных.
19. Производные высших порядков.
20. Построение графиков (степенная, показательная, логарифмическая, тригонометрические, обратная тригонометрические).
21. Неопределенный и определенный интеграл.
22. Свойства неопределенного и определенного интегралов.
23. Несобственные интегралы с бесконечными пределами интегрирования.
24. Вычисление определенных интегралов.
25. Применение определенных интегралов.
26. Предел и непрерывность функции нескольких переменных.
27. Частные производные.
28. Дифференцируемость функции нескольких переменных.
29. Производные высших порядков и дифференциалы высших порядков.
30. Исследование функции двух переменных на экстремумы.
31. Нахождение экстремумов функции двух переменных.
32. Двойные интегралы и их свойства.
33. Повторные интегралы.
34. Приложение двойных интегралов.
35. Определение числового ряда.
36. Свойства рядов.
37. Функциональные последовательности и ряды.
38. Исследование сходимости рядов.
39. Признак Коши. Признак Даламбера.
40. Признак сходимости рядов. Признаки сравнения рядов.
41. Общее и частное решение дифференциальных уравнений.
42. Дифференциальные уравнения 2-го порядка.
43. Понятие Матрицы.
44. Действия над матрицами.
45. Определитель матрицы.
46. Обратная матрица.
47. Ранг матрицы.
48. Основные понятия системы линейных уравнений.

49. Правило решения произвольной системы линейных уравнений.
50. Матричный метод решения системы линейных уравнений.
51. Правило Крамера при решении системы линейных уравнений.
52. Решение системы линейных уравнений методом Гаусса.
53. Определение вектора.
54. Операции над векторами, их свойства.
55. Вычисление и приложения скалярного, смешанного, векторного произведения векторов.
56. Уравнение прямой на плоскости.
57. Угол между прямыми.
58. Расстояние от точки до прямой.
59. Линии второго порядка на плоскости.

## **2.2. Типовые задания для оценки освоенных умений:**

1. Выполнение действий с комплексными числами в алгебраической, тригонометрической, показательной формах.
2. Перевод комплексного числа из одной формы в другие.
3. Решение некоторых дифференциальных уравнений первого и второго порядков.
4. Вычисление неопределённых интегралов.
5. Вычисление определённых интегралов.
6. Нахождение площади плоской фигуры с использованием определённого интеграла.
7. Вычисление предела функции в точке и на бесконечности.
8. Исследование функции на непрерывность.
9. Вычисление производной функции.
10. Использование производной для исследования свойств функции и построения графика.
11. Выполнение действий над векторами.
12. Нахождение скалярного произведения векторов.
13. Нахождение векторного произведения векторов.
14. Составление уравнений прямых, их построение.
15. Составление уравнений кривых второго порядка, их построение.
16. Выполнение действий над матрицами.
17. Вычисление определителей.
18. Решение систем линейных уравнений.

### 3. Структура контрольно-оценочных материалов (КОМ) для экзамена

#### I. ПАСПОРТ

##### Назначение:

КОМ предназначены для контроля и оценки результатов освоения дисциплины  
Элементы математической логики по специальности 09.02.07 Информационные системы и  
программирование.

##### Освоенные умения:

1. Выполнять операции над матрицами и решать системы линейных уравнений.
2. Решать задачи, используя уравнения прямых и кривых второго порядка на плоскости.
3. Применять методы дифференциального и интегрального исчисления.
4. Решать дифференциальные уравнения.
5. Пользоваться понятиями теории комплексных чисел.

##### Усвоенные знания:

1. Основы математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии.
2. Основы дифференциального и интегрального исчисления.
3. Основы теории комплексных чисел.

#### II. ИНСТРУКЦИЯ ДЛЯ ЭКЗАМЕНУЮЩЕГОСЯ

##### Инструкция

*Уважаемый студент,*

*Вам предлагается выполнить задания в тестовой форме и практическое задание.*

**Время выполнения всех заданий – 2 академических часа без перерыва.**

**Оборудование:** бумага, ручка, распечатанный экземпляр тестовых заданий

#### III. ЗАДАНИЕ ДЛЯ ЭКЗАМЕНУЮЩЕГОСЯ

Задания представлены в ПРИЛОЖЕНИИ А.

Критерии оценки заданий представлены в ПРИЛОЖЕНИИ Б.

#### **IV. ПАКЕТ ЭКЗАМЕНАТОРА**

##### **IV а. УСЛОВИЯ ПРОВЕДЕНИЯ ЭКЗАМЕНА**

Экзамен проводится по подгруппам в количестве целой группой.

Количество вариантов задания для экзаменуемого – каждому 1 из 4.

Задания предусматривают одновременную проверку усвоенных знаний и освоенных умений по всем профессионально значимым темам программы.

Ответы предоставляются устно и письменно

**Время выполнения задания - 2 академических часа.**

**Оборудование:** бумага, ручка, распечатанный экземпляр тестовых заданий

**Литература для обучающегося:** не предусмотрено

##### **IV б. ЗАДАНИЕ ДЛЯ ЭКЗАМЕНУЮЩЕГОСЯ**

Задания представлены в ПРИЛОЖЕНИИ А.

##### **IV в. ЭТАЛОНЫ ОТВЕТОВ**

Эталоны ответов представлены в ПРИЛОЖЕНИИ В.

##### **IV г. КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ**

Критерии оценки представлены в ПРИЛОЖЕНИИ Б.

##### **IV д. ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ ВЕДОМОСТЬ**

Экзамен оформляется экзаменационной ведомостью, которая сдается в деканат



## ПРИЛОЖЕНИЕ А

### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ ЗАДАНИЯ

#### ВАРИАНТ 1

**Задание 1: подготовиться к устному собеседованию по вопросам:**

1. Определение произведения двух матриц.
2. Уравнение прямой с данным угловым коэффициентом и проходящей через заданную точку.
3. Определение дифференциала функции.
4. Правило Лопиталя.
5. Основные теоремы о пределах.

**Задание 2: решить тест. Ответы представить письменно на отдельном листочке.  
Быть готовым к вопросам по решению задач.**

1. Вычислите предел функции  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{2x}\right)^{4x}$  и выберите верный вариант ответа:

1.  $\frac{0}{0}$
2.  $\frac{\infty}{\infty}$
3.  $e^2$
4.  $\sqrt{e}$

2. Вычислите неопределенный интеграл  $\int \sin(3 + 6x) dx$  и выберите верный вариант ответа:

1.  $\int -\frac{1}{6} \sin(3 + 6x) + C$
2.  $\int \frac{1}{6} \sin(3 + 6x) + C$
3.  $\int -\frac{1}{6} \cos(3 + 6x) + C$
4.  $\int \frac{1}{6} \cos(3 + 6x) + C$

3. Вычислите определенный интеграл  $\int_0^{\frac{\pi}{5}} \cos 3x dx$  и выберите верный вариант ответа:

1.  $\frac{1}{3}$
2. 3
3.  $\sin \frac{1}{3}$
4.  $\cos \frac{1}{3}$

4. Вычислите  $(-2 - 2i)^4$  и выберите верный вариант ответа:

1. -12
2. -24
3. -48
4. -64

5. Найдите векторное произведение векторов  $\vec{a} = (2; 3; 5)$  и  $\vec{b} = (1; 2; 1)$  и выберите верный вариант ответа:

1.  $(-7; 2; 3)$
2.  $(7; 4; 6)$
3.  $(-7; 3; 1)$
4.  $(7; 3; 1)$

6. Найдите скалярный квадрат вектора  $\vec{b}$ , если  $\vec{b} = (6; -3; 2)$  и выберите верный вариант ответа:

1. 12
2. 18
3. 49
4. 72

7. Решите дифференциальное уравнение  $y'' = \sin x - x$  и выберите верный вариант ответа:

1.  $\cos x - \frac{x^4}{24} + C_1 x^2 + C_2 x + C_3$
2.  $\sin x - \frac{x^4}{24} + C_1 x^2 + C_2 x + C_3$
3.  $-\cos x - \frac{x^4}{24} + C_1 x^2 + C_2 x + C_3$
4.  $-\sin x - \frac{x^4}{24} + C_1 x^2 + C_2 x + C_3$

8. Вычислите определитель  $\begin{vmatrix} 4 & 7 & 3 \\ 2 & -1 & 1 \\ -2 & 2 & 5 \end{vmatrix}$  и выберите верный вариант ответа:

1. 104
2. -106
3. 102
4. -104

9. Установите взаимное расположение прямых  $2x - y + 1 = 0$  и  $x - 2y + 1 = 0$  и выберите верный вариант ответа:

1. Прямые перпендикулярны
2. Прямые параллельны
3. Прямые пересекаются
4. Прямые не имеют точки соприкосновения.

10. Составьте уравнение директрисы параболы с вершиной в начале координат, если её фокус находится в точке  $(-5; 0)$  и выберите верный вариант ответа:

1. -5
2. 0
3. 5
4. 2,5

## ВАРИАНТ 2

**Задание 1: подготовиться к устному собеседованию по вопросам:**

1. Определения определителей второго и третьего порядков.
2. Определение порядка дифференциального уравнения.
3. Условие параллельности двух прямых.
4. Определение векторного произведения векторов.
5. Показательная форма комплексного числа.

**Задание 2: решить тест. Ответы представить письменно на отдельном листочке.  
Быть готовым к вопросам по решению задач.**

1. Вычислите определитель  $\begin{vmatrix} 1 & 10 & -2 \\ 3 & -5 & 1 \\ -4 & 5 & 3 \end{vmatrix}$  и выберите верный вариант ответа:

1. -100
2. 100
3. -140
4. 140

2. Составьте уравнение прямой, проходящей через точку (0;5) и образующей с осью  $Ox$  угол  $135^\circ$  и выберите верный вариант ответа:

1.  $y = x + 5$
2.  $y = x - 5$
3.  $y = -x + 5$
4.  $y = -x - 5$

3. Найдите область определения функции  $y = \log_2(3 - x)$  и выберите верный вариант ответа:

1. (0;3)
2. (0;-3)
3.  $(-\infty; -3)$
4.  $(-\infty; -3)$

4. Показательная и тригонометрическая форма записи комплексного числа  $z = -11$  верно представлена в варианте ответа под номером:

1. -11, 11
2.  $11e^i, 11(\cos i + i \sin i)$
3.  $11e^{i\pi}, 11(\cos \pi + i \sin \pi)$
4. 0, 0

5. Вычислите предел функции  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^2(x - 1)}$  и выберите верный вариант ответа:

1. 0
2. 1
3. 2
4. 3

6. Вычислите площадь треугольника с вершинами А (7;3;4), В (1;0;6) С(4;5;-2) и выберите верный вариант ответа:

1. 14,5
2. 20
3. 24,5
4. 27

7. Найдите частное решение дифференциального уравнения  $y' = -2y$  и выберите верный вариант ответа:

1.  $y = 2e^{-2x}$ ;
2.  $y = e^{-2x}$ ;
3.  $y = 2e^{2x}$ ;
4.  $y = -2e^{-2x}$ ;

8. Чему равен неопределенный интеграл  $\int x^2(3 + 4x)^2 dx$  и выберите верный вариант ответа:

1.  $x + y + z$ ;
2.  $3x^3 + 6x^4 + \frac{16}{5}x^2 + C$ , где  $C = \text{const}$ ;
3.  $x^3 + 6x^4 + C$ , где  $C = \text{const}$ ;
4.  $9x^3 + 5x^4 + \frac{27}{8}x^2 + C$ , где  $C = \text{const}$ .

9. Найдите  $A^{-1}$ , если  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 3 & 1 \\ -1 & 4 & 2 \end{pmatrix}$  и выберите верный вариант ответа:

1.  $\begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 \\ -5 & 2 & -1 \\ 11 & -3 & 5 \end{pmatrix}$
2.  $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 \\ -5 & 2 & -1 \\ 11 & -3 & 5 \end{pmatrix}$
3.  $\frac{1}{5} \begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 \\ -5 & 2 & -1 \\ 11 & -3 & 5 \end{pmatrix}$
4.  $\frac{1}{7} \begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 \\ -5 & 2 & -1 \\ 11 & -3 & 5 \end{pmatrix}$

10. Решите систему линейных уравнений  $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 5; \\ 3x_1 - 5x_2 + 3x_3 = -7; \\ 2x_1 + 7x_2 - x_3 = 13. \end{cases}$  и выберите верный вариант ответа:

1. (0;2;1)
2. (2;0;5)
3. (-2;0;4)
4. (-4;0;2)

### ВАРИАНТ 3

**Задание 1: подготовиться к устному собеседованию по вопросам:**

1. Свойства определителей.
2. Правило исследования функции на монотонность и экстремумы.
3. Определение обыкновенного дифференциального уравнения.
4. Определение определенного интеграла.
5. Связь бесконечно малой и бесконечно большой в точке  $x_0$  функций.

**Задание 2: решить тест. Ответы представить письменно на отдельном листочке. Быть готовым к вопросам по решению задач.**

1. Решите систему линейных уравнений 
$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 = 1; \\ -2x_1 + x_2 + x_3 = -1; \\ 2x_1 - x_2 + 4x_3 = 1. \end{cases}$$
 и выберите верный вариант

ответа:

1. (0;-1;2)
2. (0;1;2)
3. (0;1;0)
4. (0;-1;0)

2. Составьте уравнение эллипса, если его фокусами служат точки (-2;0) и (2;0), а малая ось равна 8 и выберите верный вариант ответа:

1.  $\frac{x}{25} + \frac{y}{16} = 1$
2.  $\frac{x}{25} - \frac{y}{16} = 1$
3.  $\frac{x^2}{20} - \frac{y^2}{16} = 1$
4.  $\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{16} = 1$

3. Решите дифференциальное уравнение  $y''' = \sin 5x + x^3$  и выберите верный вариант ответа:

1.  $y = \frac{1}{125} \cos 5x + \frac{x^6}{120} + C_1 x^2 + C_2 x + C_3$
2.  $y = \frac{1}{125} \sin 5x + \frac{x^6}{120} + C_1 x^2 + C_2 x + C_3$
3.  $y = \frac{1}{125} (-\cos 5x) + \frac{x^6}{120} + C_1 x^2 + C_2 x + C_3$
4.  $y = \frac{1}{125} (-\sin 5x) + \frac{x^6}{120} + C_1 x^2 + C_2 x + C_3$

4. Вычислите неопределенный интеграл  $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+25}}$  и выберите верный вариант ответа:

1.  $x + \sqrt{x^2 + 25} + C$
2.  $|x + \sqrt{x^2 + 25}| + C$
3.  $\ln |x + \sqrt{x^2 + 25}| + C$

4.  $\ln |x| + \sqrt{x^2 + 25} + C$

5. Вычислите предел функции  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 + 2}{x^4 - 3x + 4}$  и выберите верный вариант ответа:

1. 0
2. 1
3. 2
4. 3

6. Вычислите определенный интеграл  $\int_0^1 e^{3x} dx$  и выберите верный вариант ответа:

1. 0
2.  $3x$
3.  $\frac{1}{3}(e^3 - 1)$
4.  $\frac{1}{3}(e^3 + 1)$

7. Решите уравнение в комплексных числах  $26x^2 + 10x + 1 = 0$  и выберите верный вариант ответа:

1.  $x_{1,2} = -\frac{5}{26} \mp \frac{1}{26}i$
2.  $x_{1,2} = -\frac{5}{26} \mp \frac{1}{26}$
3.  $x_{1,2} = -\frac{5}{26}i \mp \frac{1}{26}i$
4.  $x_{1,2} = \frac{1}{26} - \frac{5}{26}i$

8. Вычислите площадь треугольника с вершинами А (1;-2;8), В (0;0;4), С(6;2;0) и выберите верный вариант ответа:

1. 5
2. 7
3.  $7\sqrt{5}$
4.  $5\sqrt{7}$

9. Найдите угол между векторами  $\vec{a} = (1; 2; 3)$  и  $\vec{b} = (6; 4; -2)$  и выберите верный вариант ответа:

1.  $\varphi = \arccos \frac{2}{7}$
2.  $\varphi = \arcsin \frac{2}{7}$
3.  $\varphi = \cos \frac{2}{7}$
4.  $\varphi = \sin \frac{2}{7}$

5.

10. Найдите область определения  $y = \frac{x+3}{x^2-25}$  и выберите верный вариант ответа:

1.  $D(f): x = \mp 5$
2.  $D(f): x = 5$
3.  $D(f): x = -5$
4.  $D(f): x \neq \mp 5$

## ВАРИАНТ 4

**Задание 1: подготовиться к устному собеседованию по вопросам:**

1. Определение матрицы
2. Определение эллипса и каноническое уравнение эллипса.
3. Правило исследования графика на выпуклость, вогнутость и точки перегиба.
4. Правило параллелограмма для нахождения суммы векторов.
5. Умножение и деление комплексных чисел в тригонометрической форме.

**Задание 2: решить тест. Ответы представить письменно на отдельном листочке.**

**Быть готовым к вопросам по решению задач.**

1. Вычислите неопределенный интеграл  $\int (4x + 9x^8 - 0,2)dx$  и выберите верный вариант ответа:

1.  $2x^2 + x^9 - 0,2x + C$
2.  $2x^2 + x^9 + C$
3.  $2x^{-1} + x^7 + C$
4.  $2x + x^9 - 0,2x + C$

2. Найдите наименьшее и наибольшее значение функции  $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3$  на отрезке  $[-1; 2]$  и выберите верный вариант ответа:

1.  $y_{\text{наим}}(2) = 2\frac{1}{3}; y_{\text{наиб}}(0) = 3$
2.  $y_{\text{наим}}(2) = -2\frac{1}{3}; y_{\text{наиб}}(0) = 3$
3.  $y_{\text{наим}}(2) = 2\frac{1}{3}; y_{\text{наиб}}(0) = -3$
4.  $y_{\text{наим}}(2) = -2\frac{1}{3}; y_{\text{наиб}}(0) = -3$

3. Вычислите  $f(A)$ , если  $f(x) = 3x^3 + x^2 + 2E$ , а матрица  $A = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$  и выберите верный вариант ответа:

1.  $f(A) = \begin{pmatrix} -6 & 95 \\ 0 & 70 \end{pmatrix}$
2.  $f(A) = \begin{pmatrix} 6 & 95 \\ 0 & 70 \end{pmatrix}$
3.  $f(A) = \begin{pmatrix} -6 & -95 \\ 0 & 70 \end{pmatrix}$
4.  $f(A) = \begin{pmatrix} 6 & 95 \\ 0 & -70 \end{pmatrix}$

4. Найдите угол между прямыми  $2x + y = 0$  и  $y = 3x - 4$  и выберите верный вариант ответа:

1.  $\varphi = 30^\circ$
2.  $\varphi = 45^\circ$
3.  $\varphi = 60^\circ$
4.  $\varphi = 90^\circ$

5. Найдите  $y^{(4)}$ , если  $y = \ln(4x)$  и выберите верный вариант ответа:

1.  $y^{(4)} = -\frac{6}{x^4}$
2.  $y^{(4)} = \frac{6}{x^4}$
3.  $y^{(4)} = -\frac{2}{x^4}$
4.  $y^{(4)} = \frac{2}{x^4}$

6. Решите дифференциальное уравнение  $y''' = \cos 4x$  и выберите верный вариант ответа:

1.  $y = \frac{1}{64} \sin 4x + C_1 x^2 + C_2 x + C_3$
2.  $y = -\frac{1}{64} \sin 4x + C_1 x^2 + C_2 x + C_3$
3.  $y = \frac{1}{64} \cos 4x + C_1 x^2 + C_2 x + C_3$
4.  $y = -\frac{1}{64} \cos 4x + C_1 x^2 + C_2 x + C_3$

7. Найдите расстояние от точки (4;6) до прямой  $3x + 4y + 14 = 0$  и выберите верный вариант ответа:

1. 0
2. 5
3. 10
4. 15

8. Решите систему линейных уравнений  $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 5; \\ 3x_1 - 5x_2 + 3x_3 = -7; \\ 2x_1 + 7x_2 - x_3 = 13. \end{cases}$  и выберите верный вариант

ответа:

1. (0;2;1)
2. (2;1;0)
3. (1;0;2)
4. (1;2;0)

9. Найдите  $\frac{z_1}{z_2}$ , если  $z_1 = 1 + 10i$ ,  $z_2 = 10 - i$  и выберите верный вариант ответа:

1. 1
2. 0
3.  $i$
4. -1

10. Исследуйте на чётность, нечётность функцию  $y = 3x^5 - 4\sin x$  и выберите верный вариант ответа:

1. Чётная
2. Нечётная
3. Нет достаточного количества данных
4. Одновременно и чётная и нечётная



## ПРИЛОЖЕНИЕ Б

### КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ

Условием положительной аттестации (**«отлично»**) на экзамене является самостоятельное и уверенное применение знаний в практической деятельности, полное изложение полученных знаний при ответе на теоретические вопросы, в соответствии с требованиями учебной программы. Практическая часть билета выполнена правильно, при возникновении вопросов у экзаменатора студент дает уверенные и правильные ответы. Допускаются единичные несущественные ошибки, самостоятельно исправленные студентом.

Студент, получает оценку **«хорошо»**, если при изложении полученных знаний возникают отдельные несущественные ошибки, исправляемые студентом по указанию преподавателя. Практическая часть билета выполнена правильно, при возникновении вопросов у экзаменатора студент дает правильные ответы, при помощи указаний и направлений преподавателя. Допускаются единичные несущественные ошибки, самостоятельно исправленные студентом.

Студент, получает оценку **«удовлетворительно»**, если изложение полученных знаний неполное, что, в целом, не препятствует усвоению последующего программного материала, допускаются отдельные существенные ошибки, исправляемые с помощью преподавателя. Выявлены существенные затруднения в выполнении практической части варианта, неумение обосновать последовательность решения заданий.

Студент, получает оценку **«неудовлетворительно»** за работу, выполненную с полным отсутствием правильных ответов в теоретической или практической части варианта, или работа выполнена в не полном объеме (менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы).

## ПРИЛОЖЕНИЕ В

### ЭТАЛОНЫ ОТВЕТОВ

#### ВАРИАНТ 1

**Теоретическая составляющая варианта:**

1. Произведением двух матриц  $A$  и  $B$  называется матрица  $C$ , элемент которой, находящийся на пересечении  $i$ -й строки и  $j$ -го столбца, равен сумме произведений элементов  $i$ -й строки матрицы  $A$  на соответствующие (по порядку) элементы  $j$ -го столбца матрицы  $B$ .
2.  $y - y_0 = k(x - x_0)$ .
3. Дифференциал функции  $dy$  – это произведение производной функции на приращение аргумента  $\Delta x$ .
4. Предел отношения двух бесконечно малых или бесконечно больших при  $x \rightarrow x_0$  функций равен пределу отношения их производных (если они существуют) при  $x \rightarrow x_0$ .
5. Теорема 1. Если в некоторой окрестности точки  $x_0$  справедливо неравенство  $f(x) \leq g(x)$ , то  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \leq \lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$ .

Теорема 2. Функция может иметь только один предел при  $x \rightarrow x_0$ .

Теорема 3. Если функции  $f(x)$  и  $g(x)$  имеют конечные пределы при  $x \rightarrow x_0$ , то конечные пределы при  $x \rightarrow x_0$  также будут иметь

1) их алгебраическая сумма  $\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) \pm g(x)) = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \pm \lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$ ;

2) их произведение  $\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) \cdot g(x)) = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$ ;

3) их частное  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)}{\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)}$  при условии, что  $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) \neq 0$ .

Теорема 4. Если  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) > 0$ , то в некоторой окрестности точки  $x_0$  справедливо неравенство  $f(x) > 0$ .

Теорема 5. Если функция  $f(x)$  имеет конечный предел при  $x \rightarrow x_0$ , то в некоторой окрестности точки  $x_0$  функция  $f(x)$  ограничена.

Теорема 6. Если функция  $f(x)$  имеет конечный предел при  $x \rightarrow x_0$   $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = a$ , то в некоторой окрестности точки  $x_0$  функцию  $f(x)$  можно представить в виде суммы  $f(x) = a + \alpha(x)$ , где  $\alpha(x)$  – бесконечно малая при  $x \rightarrow x_0$  функция.

Теорема 7. Если в некоторой окрестности точки  $x_0$  функцию  $f(x)$  можно представить в виде суммы  $f(x) = a + \alpha(x)$ , где  $\alpha(x)$  – бесконечно малая при  $x \rightarrow x_0$  функция,  $a$  – некоторое число, то функция  $f(x)$  имеет конечный предел при  $x \rightarrow x_0$   $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = a$ .

Теорема 8. Если функция  $\alpha(x)$  – бесконечно малая при  $x \rightarrow x_0$ , то функция  $\beta(x) = \frac{1}{\alpha(x)}$  – бесконечно большая при  $x \rightarrow x_0$ .

Теорема 9. Если функция  $\beta(x)$  – бесконечно большая при  $x \rightarrow x_0$ , то функция  $\alpha(x) = \frac{1}{\beta(x)}$  – бесконечно малая при  $x \rightarrow x_0$ .

## ВАРИАНТ 2

### Теоретическая составляющая варианта:

1. Определитель второго порядка  $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$  – это число, равное  $a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$ .

Определитель третьего порядка  $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$  – это число, равное

$$a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{21}a_{32}a_{13} - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{12}a_{21}a_{33} - a_{21}a_{32}a_{13}.$$

2. Порядок дифференциального уравнения – порядок старшей производной, входящей в данное уравнение.
3. Прямые  $y = k_1x + b_1$  и  $y = k_2x + b_2$  параллельны тогда и только тогда, когда прямыми  $k_1 = k_2$ .
4. Векторным произведением вектора  $a$  на вектор  $b$  называется вектор  $c$ , длина которого численно равна площади параллелограмма построенного на векторах  $a$  и  $b$ , перпендикулярный к плоскости этих векторов и направленный так, чтобы наименьшее вращение от  $a$  к  $b$  вокруг вектора  $c$  осуществлялось против часовой стрелки, если смотреть с конца вектора  $c$ .
5.  $z = |z| e^{i\varphi}$ , где  $\varphi$  – аргумент числа  $z$ .

### ВАРИАНТ 3

#### Теоретическая составляющая варианта:

1. Свойства определителей.
  1. При транспонировании квадратной матрицы её определитель не меняется.
  2. Общий множитель в строке или столбце можно выносить за знак определителя.
  3. Если две строки или два столбца определителя поменять местами, то определитель меняет знак.
  4. Определитель с двумя равными строками или столбцами равен нулю.
  5. Определитель, содержащий нулевую строку, равен нулю.
  6. Определитель не изменится, если к какой-то его строке или столбцу прибавить другую строку или столбец, умноженный на некоторое число.
  7. Определитель произведения матриц равен произведению определителей этих матриц:  $|A \cdot B| = |A| \cdot |B|$ .
2. Для того чтобы исследовать функцию  $f(x)$  на монотонность и экстремумы, надо сначала найти область определения функции  $D(f)$ , а затем 1) найти производную функцию  $f'(x)$ ; 2) найти критические точки (точки, в которых  $f'(x) = 0$  или  $f'(x)$  не существует); 3) отметить найденные критические точки на числовой прямой, они разбивают  $D(f)$  на частичные промежутки; 4) определить знаки производной  $f'(x)$  в полученных промежутках; 5) сделать выводы: а) там где  $f'(x) > 0$ , функция возрастает, там, где  $f'(x) < 0$ , функция убывает; б) если при переходе через критическую точку, принадлежащую  $D(f)$ , производная меняет знак с «+» на «-», то в этой точке максимум, если с «-» на «+», то в этой точке минимум, если не меняет знак, то экстремума в этой точке нет.
3. Обыкновенное дифференциальное уравнение – уравнение, связывающее независимую переменную, искомую функцию и производные искомой функции:  $F(x, y, y', y'', \dots, y^{(n)}) = 0$ .
4. Если существует предел интегральной суммы  $\sum_{k=1}^n f(\xi_k) \Delta x_k$  при  $\lambda \rightarrow 0$  ( $\lambda$  – длина наибольшего частичного отрезка), который не зависит от способа разбиения отрезка  $[a, b]$  на частичные и выбора точек  $\xi_k$  на частичных отрезках, то этот предел называют определенным интегралом от функции  $f(x)$  на отрезке  $[a, b]$  и обозначают символическим выражением  $\int_a^b f(x) dx$ .
5. Если функция  $\alpha(x)$  – бесконечно малая при  $x \rightarrow x_0$ , то функция  $\beta(x) = \frac{1}{\alpha(x)}$  – бесконечно большая при  $x \rightarrow x_0$ .  
Если функция  $\beta(x)$  – бесконечно большая при  $x \rightarrow x_0$ , то функция  $\alpha(x) = \frac{1}{\beta(x)}$  – бесконечно малая при  $x \rightarrow x_0$ .

## ВАРИАНТ 4

### Теоретическая составляющая варианта:

1. Матрица размера  $m \times n$  – прямоугольная таблица чисел из  $m$  строк и  $n$  столбцов. Матрица-строка – матрица, состоящая из одной строки. Матрица-столбец – матрица, состоящая из одного столбца.
2. Эллипс – геометрическое место точек плоскости, для которых сумма расстояний до двух данных точек (называемых фокусами) постоянна и больше расстояния между фокусами.

Каноническое уравнение эллипса:  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ .

3. Для того чтобы исследовать график функции  $f(x)$  на выпуклость, вогнутость и точки перегиба, надо сначала найти область определения функции  $D(f)$ , а затем 1) найти вторую производную функцию  $f''(x)$ ; 2) найти точки, подозрительные на перегиб, (точки, в которых  $f''(x) = 0$  или  $f''(x)$  не существует); 3) отметить найденные подозрительные а перегиб точки на числовой прямой, они разбивают  $D(f)$  на частичные промежутки; 4) определить знаки второй производной  $f''(x)$  в полученных промежутках; 5) сделать выводы: а) там где  $f''(x) > 0$ , кривая вогнутая, там, где  $f''(x) < 0$ , кривая выпуклая; б) если при переходе через подозрительную на перегиб точку, принадлежащую  $D(f)$ , вторая производная меняет знак, то эта точка есть точка перегиба графика функции  $f(x)$ , если не меняет знак, то перегиба в этой точке нет.
4. Чтобы получить сумму двух векторов, нужно из произвольной точки отложить эти два вектора и построить на них параллелограмм. Диагональ параллелограмма, исходящая из начальной точки, и будет суммой заданных векторов.
5. При умножении комплексных чисел в тригонометрической форме их модули перемножаются, а аргументы складываются. При делении комплексных чисел в тригонометрической форме их модули делятся, а аргументы вычитаются.