

Министерство просвещения РФ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Глазовский государственный инженерно-педагогический университет имени В.Г. Короленко»

*Рассмотрено и утверждено на заседании кафедры  
Математики и информатики  
Протокол № 8 от 24.03.2025*

**КОМПЛЕКТ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**  
**для проведения промежуточной аттестации в форме дифференцированного зачета по**  
**междисциплинарному курсу**  
**МДК 02.03 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ**

специальность: 09.02.07. Информационные системы и программирование

квалификация: программист

## Требования ФГОС к образовательным результатам:

В результате освоения дисциплины обучающийся должен <b>уметь</b> :	- принимать обоснованные экономические решения в процессе проектирования и разработки программного обеспечения; - выбирать инструментальные средства для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, проанализировать результаты расчетов и обосновать полученные выводы.
В результате освоения дисциплины обучающийся должен <b>знать</b> :	- основные принципы процесса разработки программного обеспечения; - методы и способы анализа результатов математических расчетов и обоснования полученных выводов; - инструментальные средства для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей.

*Уважаемый студент! Вам предлагается выполнить 30 заданий в тестовой форме для контроля усвоенных знаний и практическое задание для оценки усвоенных умений. Каждая часть дифзачета оценивается. Итоговая оценка складывается как среднее арифметическое двух заданий, с учетом текущей успеваемости по учебной дисциплине.*

### Задания для проверки усвоения знаний.

*Критерии оценки тестовых заданий.*

*Правильный ответ на вопрос оценивается в 1 балл, неправильный ответ или его отсутствие – ноль баллов.*

Оценка	Процент правильных ответов
5(отлично)	90% - 100%
4(хорошо)	70% - 89%
3(удовлетворительно)	55% - 69%
2(неудовлетворительно)	54% и менее

*Время на выполнение заданий: 1 академический час.*

### I. Выберите один верный ответ

1) **Желаемая модель системы это ...**

- а) Задача;
- б) Результат;
- в) Цель;
- г) Прогноз.

2) **Изображение, представление объекта, системы, процесса в некоторой форме, отличной от реального существования называют ....**

- а) системой;
- б) графиком;
- в) структурой;
- г) моделью.

3) **Какие модели дают внешнее представление об оригинале и большей частью служат для демонстрационных целей?**

- а) математические;
- б) аналитические;
- в) геометрические;
- г) физические.

4) Какие модели отражают подобие между оригиналом и моделью не только с точки зрения их формы и геометрических пропорций, но и с точки зрения происходящих в них основных процессов?

- а) математические;
- б) аналитические;
- в) геометрические;
- г) физические.

5) Решение называют оптимальным, ...

- а) если оно по тем или иным признакам предпочтительнее других
- б) если оно рационально
- в) если оно согласовано с начальством
- г) если оно утверждено общим собранием

6) Для производства двух видов продукции А и В можно использовать материал трех сортов. При этом на изготовление единицы изделия вида А расходуется 19 кг материала первого сорта, 16 кг материала второго сорта и 19 кг материала третьего сорта. На изготовление единицы изделия вида В расходуется 26 кг материала первого сорта, 17 кг материала второго сорта и 8 кг материала третьего сорта. На складе фабрики имеется всего материала первого сорта 868 кг, материала второго сорта 638 кг, материала третьего сорта 853 кг. От реализации единицы готовой продукции вида А фабрика имеет прибыль 5 у.е., а от продукции вида В прибыль составляет 4 у.е. Определить максимальную прибыль от реализации всей продукции видов А и В.

**Экономико-математической моделью данной задачи является:**

а) $F=5x_1 + 4x_2 - \max$ при условиях $19x_1 + 26x_2 \leq 868$ $16x_1 + 17x_2 \leq 638$ $19x_1 + 8x_2 \leq 853$ $x_1 \geq 0$ $x_2 \geq 0$	в) $F=5x_1 + 4x_2 - \max$ при условиях $26x_1 + 19x_2 \leq 868$ $17x_1 + 16x_2 \leq 638$ $8x_1 + 19x_2 \leq 853$ $x_1 \geq 0$ $x_2 \geq 0$
б) $F=4x_1 + 5x_2 - \max$ при условиях $19x_1 + 26x_2 \geq 868$ $16x_1 + 17x_2 \geq 638$ $19x_1 + 8x_2 \geq 853$ $x_1 \geq 0$ $x_2 \geq 0$	г) $F=5x_1 + 4x_2 - \max$ при условиях $19x_1 + 26x_2 \geq 868$ $16x_1 + 17x_2 \geq 638$ $19x_1 + 8x_2 \geq 853$ $x_1 \geq 0$ $x_2 \geq 0$

7) Какой порядок записи математической модели задачи линейного программирования является правильным?

- а) формулирование критерия оптимальности - ввод переменных - формулирование ограничений;
- б) ввод переменных - формулирование критерия оптимальности - формулирование ограничений;
- в) формулирование ограничений - ввод переменных - формулирование критерия оптимальности;
- г) ввод переменных - формулирование ограничений - формулирование критерия оптимальности.

8) Какой вид имеют функциональные условия в матричном виде задачи линейного программирования ...

- а)  $f(X) = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \dots + c_n x_n$ ;
- б)  $X \leq (=, \geq) B$ ;

- в)  $X \leq 0$ ;
- г)  $X \geq 0$ .

9) Какой вид имеют функциональные условия в матричном виде задачи линейного программирования:

- д)  $f(X) = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \dots + c_n x_n$ ;
- е)  $X \leq (=, \geq) B$ ;
- ж)  $X \leq 0$ ;
- з)  $X \geq 0$ .

10) Какой вид имеет целевая функция задачи линейного программирования

- и)  $f(X) = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \dots + c_n x_n$ ;
- к)  $X \leq (=, \geq) B$ ;
- л)  $X \leq 0$ ;
- м)  $X \geq 0$ .

11) Программирование называется линейным, если:

- а) целевая функция является линейной
- б) целевая функция является линейной, ограничения являются линейными функциями
- в) целевая функция является нелинейной, ограничения являются линейными функциями
- г) целевая функция является линейной, ограничения являются нелинейными функциями

12) Если в разрешающем столбце симплексной таблицы нет положительных коэффициентов, то это означает, что

- а) найден оптимальный план на максимум;
- б) задача неразрешима;
- в) найден оптимальный план на минимум;
- г) найдено допустимое решение.

13) Если решение задачи линейного программирования единственно, то оно достигается:

- а) в одной из вершин допустимого многогранника;
- б) на середине одной из граней допустимого многогранника;
- в) внутри допустимого многогранника;
- г) вне допустимого множества.

14) В каком направлении сдвигают линию уровня целевой функции при решении задачи линейного программирования на максимум?

- а) вверх
- б) в направлении антиградиента
- в) в направлении градиента
- г) вниз

15) Что такое оптимальный план задачи линейного программирования?

- а) любая вершина области допустимых планов;
- б) допустимый план, при подстановке которого в целевую функцию она принимает свое максимальное или минимальное значение;
- в) план, с рассмотрения которого следует начать решение задачи;
- г) вторая вершина области допустимых планов.

- 16) **Задача математического программирования представляет собой:**
- а) задачу оптимизации при ограничениях в виде равенств и/или неравенств;
  - б) задачу решения системы линейных неравенств;
  - в) задачу минимизации или максимизации целевой функции без ограничений;
  - г) задачу решения системы линейных уравнений.
- 17) **Какое моделирование основано на косвенном описании моделируемого объекта с помощью набора математических формул?**
- а) аналитическое моделирование;
  - б) имитационное моделирование;
  - в) эмпирическое моделирование;
  - г) вероятностное моделирование.
- 18) **Какие математические модели создаются в результате проведения экспериментов?**
- а) аналитические ;
  - б) имитационные;
  - в) эмпирические;
  - г) теоретические.
- 19) **Транспортная задача является задачей .... программирования**
- а) динамического
  - б) нелинейного
  - в) линейного
  - г) целочисленного
- 20) **Сколько допустимых планов может иметь задача линейного программирования (не целочисленная)?**
- а) 0 или 1
  - б) всегда 1
  - в) 0, 1 или бесконечное множество
  - г) всегда 0

## **II. Выберите нескольких ответов**

21. **Графический способ решения задачи линейного программирования – это**
- а) построение прямых, уравнения которых получаются в результате замены в ограничениях знаков неравенств на знаки точных равенств;
  - б) нахождение полуплоскости, определяемой каждым из ограничений;
  - в) задачи на нахождение многоугольника допустимых решений;
  - г) определение координат точки максимума функции и вычисление значения целевой функции в этой точке
22. **Отметьте термины, используемые в задачах линейного программирования:**
- а) целевая функция;
  - б) матрица ограничений;
  - в) оптимальное решение;
  - г) ошибка регрессии.
23. **Для взаимно-двойственных задач линейного программирования:**
- а) в общих задачах ищется максимум или в обоих – минимум;
  - б) в одной задаче ищется максимум, в другой – минимум;
  - в) матрицы коэффициентов при переменных в системах ограничений обеих задач совпадают;

г) матрицы коэффициентов при переменных в системах ограничений обеих задач являются транспонированными друг другу.

**24. Транспортная задача. Найти объемы перевозок для каждой пары «поставщик»- «потребитель» так, чтобы:**

- а) мощности всех поставщиков были реализованы
- б) спросы всех потребителей были удовлетворены
- в) суммарные затраты на перевозку были минимальны
- г) суммарные затраты на перевозку были бы удовлетворены

**25. Задачи теории массового обслуживания:**

- а) определение максимальной длины очереди;
- б) определение необходимой скорости обслуживания;
- в) рациональное построение очереди;
- г) определение количества приборов обслуживания, которые работают параллельно.

**26. Необходимость оптимизации в проектировании уже появляется на этапе...**

- а) эскизного проектировании;
- б) структурного синтеза;
- в) инженерного моделирования;
- г) нет правильного ответа.

**27. В задачах линейного программирования, решаемых симплекс-методом, искомые переменные не должны быть:**

- а) Неотрицательными
- б) положительными
- в) свободными от ограничений
- г) любыми

**28. Если целевая функция и все ограничения выражаются с помощью линейных уравнений, то рассматриваемая задача не является задачей**

- а) динамического программирования;
- б) линейного программирования;
- в) целочисленного программирования;
- г) нелинейного программирования

### **III. Установите соответствие**

**29. Установите соответствие между видами математического программирования и их определениями:**

- |                                |   |
|--------------------------------|---|
| 1. Линейное программирование   | а) состоит в нахождении экстремального значения линейной функции многих переменных при наличии линейных ограничений, связывающих эти переменные;  |
| 2. Нелинейное программирование | б) анализ и исследование явлений, возникающих в системах обслуживания. Одна из основных задач теории заключается в определении таких характеристик системы, которые обеспечивают заданное качество функционирования, например, минимум времени ожидания, минимум средней длины очереди. |
| 3. Теория графов               | в) математический метод изучения оптимальных стратегий в играх.   |

- |   |  |
|---|--|
| 4. Задачи теории массового обслуживания | г) с помощью этой теории решаются многие сетевые задачи, связанные с минимальным протяжением сети, построение кольцевого маршрута и т.д.<br>д) целевая функция и ограничения могут быть нелинейными функциями; |
|---|--|

**30. Установите соответствие между способами решения и их определениями:**

- |                                |   |
|--------------------------------|---|
| 1. Графический способ          | а) основан на геометрической интерпретации задачи линейного программирования и применяется в основном при решении задач двумерного пространства и только некоторых задач трёхмерного пространства, так как довольно трудно построить многогранник решений, который образуется в результате пересечения полупространств. Задачу пространства размерности больше трёх изобразить графически вообще невозможно.  |
| 2. Симплекс -метод             | б) метод последовательного перехода от одного базисного решения (вершины многогранника решений) системы ограничений задачи линейного программирования к другому базисному решению до тех пор, пока функция цели не примет оптимального значения (максимума или минимума).   |
| 3. Метод искусственного базиса | в) алгоритм, который используется для решения полностью целочисленных задач линейного программирования (алгоритм разработан в 1950-х годах американским математиком Ральфом Гомори)   |
| 4. Взаимно-двойственные задачи | г) применяется для решения задач линейного программирования в случае, когда задача не имеет начального опорного решения с базисом из единичных векторов<br><br>д) — в каждой задаче все неравенства в системе ограничений одного смысла, причем если эти неравенства смысла « $\leq$ », то функция цели стремится к максимуму, в другой задаче – все наоборот;<br>— коэффициенты при неизвестных в функции цели одной из задач служат свободными членами в системе ограничений двойственной задачи; свободные члены в функциях цели обеих задач одинаковы;<br>— если одна задача содержит $n$ неизвестных и $m$ ограничений, то в другой из них наоборот, $m$ неизвестных и $n$ ограничений;<br>— матрицы коэффициентов при неизвестных могут быть получены одна из другой с помощью операции транспонирования (замены строк столбцами); все неизвестные в обеих задачах неотрицательны.. |

## Задания для проверки освоения умений.

*Уважаемый студент! Вам предлагается выполнить практическое задание.*

### *Критерии оценки практического задания.*

Оценка	Критерий
5(отлично)	Полное верное решение. В логическом рассуждении и решении нет ошибок, задача решена рациональным способом. Получен правильный ответ. Ясно описан способ решения.
4(хорошо)	Верное решение, но имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение, такие как небольшие логические пропуски, не связанные с основной идеей решения. Решение оформлено не вполне аккуратно, но это не мешает пониманию решения.
3(удовлетворительно)	Имеются существенные ошибки в логическом рассуждении и в решении. Рассчитанное значение искомой величины искажает экономическое содержание ответа. Доказаны вспомогательные утверждения, помогающие в решении задачи.
2(неудовлетворительно)	Рассмотрены отдельные случаи при отсутствии решения. Отсутствует окончательный численный ответ (если он предусмотрен в задаче). Правильный ответ угадан, а выстроенное под него решение - безосновательно. Решение неверное или отсутствует.

*Время на выполнение заданий: 1 академический час.*

### **Практическое задание № 1.**

Производство продукции осуществляется на 4-х предприятиях, а затем развозится в 5 пунктов потребления. Предприятия могут выпускать в день 235, 175, 185 и 175 единиц продукции. Пункты потребления готовы принимать ежедневно 125, 160, 60, 250 и 175 единиц продукции. Хранение на предприятии единицы продукции обходится в 2 у.е. в день, штраф за недопоставленную продукцию – 3,5 у.е. в день. Стоимость перевозки единицы продукции ( в у.е.) с предприятий в пункты потребления приведена в таблице 1.

Необходимо минимизировать суммарные транспортные расходы (представлены в таблице) по перевозке продукции. (Произвести расчеты в MS Excel).

Предприятие	Пункты потребления				
	1	2	3	4	5
1	3,20	3,00	2,35	4,0	3,65
2	3,00	2,85	2,50	3,9	3,65
3	3,75	2,50	2,40	3,5	3,40
4	4,00	2,00	2,10	4,1	3,40

### **Практическое задание № 2.**

Составить математическую модель задачи, решить задачу, интерпретировать полученный результат.

Фирма производит две модели (А и В) сборных книжных полок. Их производство ограничено наличием сырья (высококачественных досок) и временем машинной обработки. Для каждого изделия модели А требуется 3 м<sup>2</sup> досок, а для изделия модели В - 4 м<sup>2</sup>. Фирма может получить от своих поставщиков до 1 700 м<sup>2</sup> досок в неделю. Для каждого изделия модели А требуется 12 мин машинного времени, а для изделия модели В 5-30 мин. В неделю можно использовать 160 ч машинного времени.

Сколько изделий каждой модели следует фирме выпускать в неделю, если каждое изделие модели А приносит 2 дол. прибыли, а каждое изделие модели В - 4 дол. прибыли?



## 2. Практическое задание

Эталон ответа на практическое задание.

### Решение

1. Проверка сбалансированности модели задачи — модель является сбалансированной, т. к. суммарный объем производимой продукции в день равен суммарному объему потребности в ней:

$$235 + 175 + 185 + 175 = 125 + 160 + 60 + 250 + 175.$$

Поэтому при решении этой задачи не учитываются издержки, связанные со складированием и недопоставкой продукции.

2. Построение математической модели — неизвестными в этой задаче являются объемы перевозок. Пусть  $x_{ij}$  — объем перевозок с  $i$ -го предприятия в  $j$ -й пункт потребления. Суммарные транспортные расходы — это функционал качества (критерий цели):

$$F = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m c_{ij} x_{ij},$$

где  $c_{ij}$  — стоимость перевозки единицы продукции с  $i$ -го предприятия в  $j$ -й пункт потребления.

Неизвестные в этой задаче должны удовлетворять следующим ограничениям:

- объемы перевозок не могут быть отрицательными;
- поскольку модель сбалансирована, то вся продукция должна быть вывезена с предприятий, а потребности всех пунктов потребления должны быть полностью удовлетворены.

Итак, имеем следующую задачу:

- найти минимум функционала:

$$F = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^5 c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min,$$

- при ограничениях:

$$\sum_{i=1}^4 x_{ij} = b_j, \quad j \in [1, 5],$$

$$\sum_{j=1}^5 x_{ij} = a_i, \quad i \in [1, 4],$$

$$x_{ij} \geq 0, \quad i \in [1, 4], \quad j \in [1, 5].$$

где  $a_i$  — объем производства на  $i$ -м предприятии,  $b_j$  — спрос в  $j$ -м пункте потребления.

3. Решение задачи с помощью окна Поиск решения:

- подготовку рабочего листа для задачи осуществляем в соответствии с рис. 7.12. Формулы для расчета приведены в табл. 7.18;

Прямые потребности					
Стоимость перевозки	1	2	3	4	5
1	3.2	3	2.35	4	3.65
2	3	2.75	2.5	3.5	3.55
3	3.75	2.5	2.8	3.5	2.4
4	4	2	2.1	4.1	3.4

Неизвестные - объемы перевозок					
	1	2	3	4	5
1					
2					
3					
4					

Ограничения					
Ограничение	1	2	3	4	5
1					
2					
3					
4					

Целевая функция					
Функция	1	2	3	4	5
1					
2					
3					
4					

Таблица 7.18. Формулы для расчета в транспортной задаче

Описание	Ячейка	Формула
Ограничения_1	G11	=СУММ(B11:F11)
	G12	=СУММ(B12:F12)
	G13	=СУММ(B13:F13)
	G14	=СУММ(B14:F14)
Ограничения_2	B15	=СУММ(B11:B14)
	C15	=СУММ(C11:C14)
	D15	=СУММ(D11:D14)
	E15	=СУММ(E11:E14)
Целевая функция	F15	=СУММ(F11:F14)
	B19	=СУММПРОИЗВ(B5:F8;B11:F14)

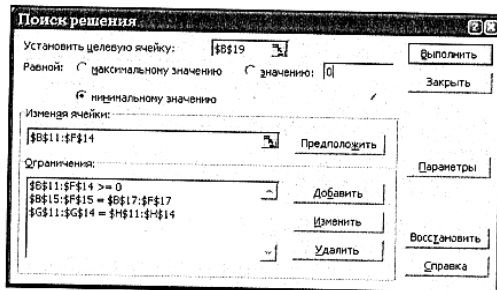


Рис. 7.13. Ввод данных в окно Поиск решения для транспортной задачи

- ввод данных в окно **Поиск решения** производим в соответствии с рис. 7.13;

- полученное оптимальное решение представлено на рис. 7.14.

Microsoft Excel - Книга1.xls

Файт Правка Вид Вставка Формат Ссылки Данные Окно Справка Adobe PDF

АнглСлп

100%

Транспортная задача

Пункты потребления

Стоимость перевозок

Предприятия	1	2	3	4	5
1	3,2	3	2,35	4	3,65
2	3	2,75	2,5	3,9	3,55
3	3,75	2,5	2,4	3,5	3,4
4	4	2	2,1	4,1	3,4

Неизвестные - объемы перевозок

	1	2	3	4	5	Ограничения 2
1	0	0	45	15	175	235
2	125	0	0	50	0	175
3	0	0	0	185	0	185
4	0	160	15	0	0	175
Ограничения_1	125	160	60	250	175	
Потребность в продукции	125	160	60	250	175	

Целевая функция

2373,5

Объемы  
производства

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

ИМ

Итого

<

## Эталон ответа к практическому заданию № 2.

Чтобы сформулировать эту задачу математически, обозначим через  $x_1$  количество выпущенных за неделю полок модели А, а через  $x_2$  - количество выпущенных полок модели В. Задача состоит в том, чтобы найти наилучшие значения  $x_1$  и  $x_2$ . Очевидно, наилучшими для данной задачи являются такие значения, которые максимизируют еженедельную прибыль. Еженедельная прибыль составляет

$$P = 2x_1 + 4x_2.$$

Поскольку  $x_1$  и  $x_2$  выражают еженедельный объем выпускаемых изделий, то они не могут быть отрицательны, т.е.

$$x_1 > 0, x_2 > 0 \quad (1)$$

Теперь ограничения на наличие досок и машинное время могут быть записаны следующим образом: для досок -

$$3x_1 + 4x_2 < 1700 \quad (2)$$

для машинного времени -

$$2x_1 + 5x_2 < 1600. \quad (3)$$

Следовательно, задача состоит в том, чтобы найти значения  $x_1$  и  $x_2$ , удовлетворяющие условиям неотрицательности (1) и ограничениям типа неравенства (2) - (3) и максимизирующие функцию  $P$ .

Это типичная двумерная задача линейного программирования. Целевая функция, которая должна быть максимизирована, является линейной функцией своих переменных. Ограничения на эти переменные тоже линейны (1).



Рисунок 1- Линия уровня целевой функции и допустимое множество задачи ЛП

Условия неотрицательности позволяют ограничиться рассмотрением положительного квадранта. Границы определяются прямыми

$$3x_1 + 4x_2 = 1700,$$

$$2x_1 + 5x_2 = 1600.$$

Стрелка на каждой границе указывает, с какой стороны прямой \* выполняется ограничение. Заштрихованная область ОАВС, содержащая точки, для которых соблюдены условия (2) и (3), является допустимой. Точки внутри и на границе этой области изображают допустимые решения. Допустимых решений много. Задача состоит в том, чтобы найти точку максимума функции  $P$ .

Штриховыми линиями изображены прямые

$$2x_1 + 4x_2 = 0,$$

$$2x_1 + 4x_2 = 800,$$

обозначенные а и в соответственно. Эти прямые параллельны и представляют собой две линии уровня функции  $P$  со значениями 0 и 800. Ясно, что значение функции  $P$  возрастает по мере того, как линии уровня удаляются от начала координат в положительном квадранте.

Вектор с координатами (2, 4), указывающий направление возрастания функции  $P$  перпендикулярен штриховым линиям. Линией уровня с наибольшим значением функции  $P$  имеющей хотя бы одну точку с допустимой областью, является прямая с, проходящая через вершину В; на ней  $P$  принимает значение 1400. Точка В, в которой  $x_1 = 300$ ,  $x_2 = 200$ , соответствует оптимальному решению задачи. Эти значения могут быть получены как решения уравнений.

$$2x_1 + 4x_2 = 1700,$$

$$2x_1 + 5x_2 = 1600.$$

Следовательно, максимальная прибыль составляет  $2 \cdot 300 + 4 \cdot 200 = 1400$ .

В точке максимума оба ограничения превращаются в равенства, что означает полное использование сырья и машинного времени.